

# 匹配 Wigner 变换及其在瞬时频率估计中的应用

徐灵基, 杨益新, 杨 龙

(西北工业大学航海学院, 陕西西安 710072)

**摘 要:** 提出了一种新的时频分析方法, 称为匹配 Wigner 变换 (Matched Wigner Transform, MWT). 该变换通过泰勒级数扩展傅立叶旋转因子  $e^{-j\omega\tau}$  来匹配双线性信号核, 能够对单分量高阶多项式相位信号 (Polynomial Phase Signal, PPS) 分析得到聚集性最优的时频分布 (Time Frequency Distribution, TFD), 且克服了自交叉项的干扰. 基于 MWT, 给出了一种有效实现 PPS 的瞬时频率 (Instantaneous Frequency, IF) 和参量估计的迭代算法, 并通过仿真算例验证了算法的有效性. 最后, 将该方法应用于水下运动声源的微弱多普勒信号分析, 得到良好的海试试验结果.

**关键词:** 时频分布; 多项式相位信号; 匹配 Wigner 变换; 瞬时频率估计; 多普勒信号

**中图分类号:** TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)11-2247-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.11.018

## Matched Wigner Transform and Its Application to Instantaneous Frequency Estimation

XU Ling-ji, YANG Yi-xin, YANG Long

(School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

**Abstract:** A novel time-frequency analysis method referred to as matched Wigner transform (MWT) was defined in this paper. By matching bilinear signal kernel with Taylor extended Fourier revolving factor, MWT can produce a time-frequency distribution (TFD) with best concentration and without inner artifacts for mono-component high-order polynomial phase signal (PPS). In addition, an effective parameter and instantaneous frequency (IF) estimation algorithm was proposed based on MWT. The algorithm was validated by simulation examples. Finally, excellent sea experiment results were obtained when applying it to analyze the weak Doppler signal of underwater moving acoustic source.

**Key words:** time-frequency distribution (TFD); polynomial phase signal (PPS); matched Wigner transform; instantaneous frequency estimate (IF); Doppler signal

### 1 引言

瞬时频率 (IF) 是信号的时频特征, 常被用于表征自然界中时变信号的物理参数, 对于非平稳信号的分析具有重要意义. IF 的估计在雷达、声纳、语音处理、机械诊断、电力系统、地震分析以及生物医学等<sup>[1]</sup> 领域都有广泛的应用. 相比于相位差分、过零估计、相位建模以及自适应估计等<sup>[2]</sup> IF 估计方法, 基于时频分布 (TFD) 的 IF 估计器具有可靠、对噪声不敏感等特性, 一直是 IF 估计研究的重点<sup>[3]</sup>. 这类方法依赖于沿 IF 的信号 TFD 的能量聚集属性, 其中常用的非参数化方法有<sup>[4]</sup>: 短时傅立叶变换 (STFT)、连续小波变换 (CWT) 以及 Wigner-Ville 分布 (WVD). STFT 和 CWT 都假设信号在加窗长度内分段

平稳, 本质上没有摆脱传统傅立叶变换的束缚, 因此不能精确估计时变的 IF. WVD 是一种基本的二次型 TFD, 有着良好的数学特性, 对于单分量线性调频 (LFM) 信号具有最佳的时频聚集性<sup>[2]</sup>; 但当信号 IF 为非线性调制时, WVD 不可避免地存在自交叉项干扰<sup>[5]</sup>, 此时 IF 估计值是有偏的.

为了克服 WVD 的这个缺点, 最简单的方法是以伪 Wigner 分布 (PWD) 为典型的 Cohen 类分布<sup>[3]</sup>, 其通过对双线性信号核加窗消除自交叉项的影响, 但同时也损失了时频面的能量聚集性. Stankovic<sup>[6]</sup> 提出在双线性信号核中引入常指数因子来消除相位高阶导数项影响的  $L$ -Wigner 分布 (LWD), 然而该方法需利用 S-Method 算法迭代实现 IF 估计, 且估计精度不高. 根据 Stone-Weierstrass

理论<sup>[7]</sup>,在有限观测时间内,任何时间  $t$  的连续函数均可用  $t$  的高阶多项式一致逼近,故非线性调制信号的相位常被表示成时间  $t$  的高阶多项式形式,即多项式相位信号(PPS)模型<sup>[8]</sup>.对于单分量 PPS,IF 估计和信号多项式相位的参数估计是等效的,可以相互转换,进而发展了多种参数化方法.最大似然估计(ML)<sup>[9]</sup>和非线性瞬时最小二乘法(NILS)<sup>[10]</sup>提供了高精度的估计算法,在加性高斯白噪声背景下其估计方差逼近克拉美罗下限,但需要多维最大化搜索,计算复杂度很高,且 ML 代价函数不能保证全域收敛,应用范围受限.为了提高计算效率,高阶模糊函数(HAF)<sup>[11,12]</sup>、多项式 Wigner-Ville 分布(PWVD)<sup>[13]</sup>、高阶相位函数(HPF)<sup>[14]</sup>以及复时间延迟型分布(CTD)<sup>[15,16]</sup>等多线性信号函数类方法相继被提出并引起广泛关注.这些方法能实现一维搜索运算对 PPS 参数的估计,但要求有较高的信噪比门限,尤其是对于高阶 PPS.近些年来,涌现了许多基于上述经典算法扩展的新方法,如广义复时延分布(GCD)<sup>[17]</sup>、广义相位导数展开(GRPD)<sup>[18]</sup>、广义高阶相位函数(GHOPFs)<sup>[19]</sup>和广义多线性函数类(GMFC)<sup>[20]</sup>.这些方法改善了高阶 PPS 分析的信噪比门限和灵活性,其中 GMFC 统一了多线性信号函数类方法的表达形式,将其他方法纳入了其框架,并可以形成新的多线性函数类方法.但这类方法本质上都是通过构造多线性信号核来匹配傅立叶旋转因子,PPS 阶数越高,核函数越复杂.

不同于多线性函数类方法,局部多项式傅立叶变换(LPFT)<sup>[21]</sup>利用扩展傅立叶旋转因子来匹配时域加窗后的信号.作为 STFT 的推广,LPFT 得到信号的能量在时间-相位各阶导数上的分布,可以提高 PPS 的 IF 估计精度,但没有具体给出关于高阶 PPS 参数估计的实现方法,只能通过多项式时频变换(PTFT)<sup>[22]</sup>方法来计算.另一类时频分析方法是调频小波变换(CT)<sup>[23]</sup>,可视为 STFT 和 CWT 的高维形式.文献[24]在分析 CT 原理的基础上,提出了多项式调频小波变换(PCT),其分析高阶 PPS 时比 CT 具有更好的时频聚集性,且实现步骤简单.本文提出利用泰勒级数扩展傅立叶旋转因子来匹配双线性信号核的匹配 Wigner 变换(Matched Wigner Transform, MWT),该变换保持了 WVD 良好的数学特性,能够对高阶 PPS 分析得到聚集性最优的 TFD;并且基于 MWT,给出了一种有效实现 PPS 的参量和 IF 估计的迭代算法.

## 2 匹配 Wigner 变换

### 2.1 PPS 模型

单分量 PPS 的形式为

$$z(t) = A \exp\{j\varphi(t)\} = A \exp\left\{j \sum_{k=0}^K (a_k t^k)\right\} \quad (1)$$

式中  $A$  为信号幅度,  $a_k, k = 0, 1, \dots, K$  表示多项式相位系数,  $K$  是相位阶数,  $t \in [0, T]$ ,  $T$  为信号时间长度.对于上述信号,IF 的定义为

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = \sum_{k=1}^K b_k t^{k-1} \quad (2)$$

其中  $b_k = ka_k/(2\pi)$ ,且 IF 的多项式阶数为  $K-1$ .依据 Stone-Weierstrass 理论,对于有限长信号的任何连续形式的 IF,都可以表示成时间  $t$  的多项式,且近似精度只与多项式阶数有关.作为一个例子,图 1 给出了时长 50s 的低频多普勒信号的 IF,其表达式为<sup>[25]</sup>

$$f_{\text{Doppler}}(t) = \frac{f_0 c^2}{c^2 - v^2} \left( 1 - \frac{v^2(t-t_0)}{\sqrt{R_0^2(c^2 - v^2) + v^2 c^2(t-t_0)^2}} \right) \quad (3)$$

式中  $f_0 = 105\text{Hz}$ ,  $v = 3\text{m/s}$ ,  $R_0 = 30\text{m}$ ,  $c = 1500\text{m/s}$ ,  $t_0 = 50\text{s}$ .利用最小二乘法,一个阶数为 12 的多项式函数可以精确拟合该非线性调制的 IF

$$f_{\text{Doppler}}(t) \approx \sum_{k=1}^{13} b_k t^{k-1} \quad (4)$$

其中 IF 的多项式参数为

$$(b_1, b_2, \dots, b_{13}) = (1.052002028393756 \times 10^2, 0.002820911368042, -0.003131873026542, 0.001027530630222, -1.806729766336907 \times 10^{-4}, 1.843815002572696 \times 10^{-5}, -1.159069108677702e \times 10^{-6}, 4.588279801586891 \times 10^{-8}, -1.143748296169008 \times 10^{-9}, 1.741311249161671 \times 10^{-11}, -1.479530926913363 \times 10^{-13}, 5.379843432202776 \times 10^{-16}, 2.372470692132635 \times 10^{-26})$$

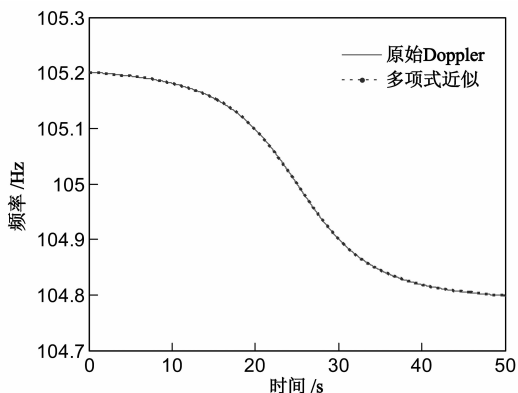


图1 低频多普勒频移的多项式近似

从图 1 可以看出,PPS 模型对于分析 IF 为非线性调制的非平稳信号是合理的.

### 2.2 高阶 PPS 的 WVD

$K$  阶多项式相位信号  $z(t)$  的 WVD 为<sup>[2]</sup>:

$$\text{WVD}_z(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_z(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (5)$$

式中  $R_z(t, \tau) = z(t + \tau/2)z^*(t - \tau/2)$  为双线性信号核,也称瞬时自相关函数.对于 LFM 信号,即  $K=2$  的

PPS, WVD 具有理想的时频聚集性, 是瞬时频率分布的冲激线谱  $\text{WVD}_z(t, \omega) = A^2 \delta[\omega - \phi'(t)]$ , 通过峰值提取得到信号的 IF 估计值

$$\hat{f}_i(t) = \frac{1}{2\pi} \text{ArgMax}_{\omega} \{ \text{WVD}_z(t, \omega) \} \quad (6)$$

对于高阶 PPS ( $K \geq 3$ ), 其频率变化是非线性的, WVD 会出现自交叉项干扰, 这对 IF 估计是不利的. 将式(1)中 PPS 的简化形式  $z(t) = A \exp[j\phi(t)]$  代入瞬时自相关函数  $R_z(t, \tau)$  得到

$$R_z(t, \tau) = A^2 \exp\{j[\phi(t + \tau/2) - \phi(t - \tau/2)]\} \quad (7)$$

令  $\theta(\tau) = \phi(t + \tau/2) - \phi(t - \tau/2)$ , 则  $\theta(\tau)$  是以时延  $\tau$  为变量的  $K$  阶多项式. 利用泰勒级数对  $\theta(\tau)$  在零点展开为  $\tau$  的函数

$$\begin{aligned} \theta(\tau) = & \theta(0) + \theta'(0) \frac{\tau}{1!} + \theta^{(2)}(0) \frac{\tau^2}{2!} + \theta^{(3)}(0) \frac{\tau^3}{3!} \\ & + \dots + \theta^{(K)}(0) \frac{\tau^K}{K!} \end{aligned} \quad (8)$$

由于  $\phi(t) = \sum_{k=0}^K a_k t^k$ ,  $\theta(\tau)$  的  $m$  阶导数为

$$\begin{aligned} \theta^{(m)}(\tau) = & \sum_{k=m}^K \frac{k(k-1)\dots(k-m+1)a_k}{2^m} \\ & \cdot \left[ \left( t + \frac{\tau}{2} \right)^{k-m} - (-1)^m \left( t - \frac{\tau}{2} \right)^{k-m} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

对于不同的  $m = 1, 2, \dots, K$ , 将  $\tau = 0$  代入式(9)可得

$$\begin{aligned} \theta^{(m)}(0) = & \sum_{k=m}^K \frac{k(k-1)\dots(k-m+1)a_k}{2^m} [1 - (-1)^m] t^{k-m} \\ = & \begin{cases} \frac{k(k-1)\dots(k-m+1)a_k}{2^{m-1}} t^{k-m} = \frac{\phi^{(m)}(t)}{2^{m-1}}, & m \text{ 为奇数} \\ 0, & m \text{ 为偶数} \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)代入式(8)得到  $\theta(\tau)$  为

$$\theta(\tau) = \phi(t + \tau/2) - \phi(t - \tau/2) = \sum_{k=0}^r \frac{\phi^{(2k+1)}(t)}{2^{2k}(2k+1)!} \tau^{2k+1} \quad (11)$$

式中  $r$  为小于或等于  $(K-1)/2$  的最大整数, 即  $r = \lfloor (K-1)/2 \rfloor$ , 其中  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整. 将式(11)代入式(7)得到信号瞬时自相关函数表达式

$$R_z(t, \tau) = A^2 \exp\left[ j \left( \phi'(t)\tau + \sum_{k=1}^r \frac{\phi^{(2k+1)}(t)}{2^{2k}(2k+1)!} \tau^{2k+1} \right) \right] \quad (12)$$

则高阶 PPS 的 WVD 为

$$\begin{aligned} \text{WVD}_z(t, \omega) = & A^2 \int_{-\infty}^{\infty} \exp[j\phi'(t)\tau] \\ & \cdot \exp\left[ j \sum_{k=1}^r \frac{\phi^{(2k+1)}(t)}{2^{2k}(2k+1)!} \tau^{2k+1} \right] e^{-j\omega\tau} d\tau \\ = & \frac{A^2}{2\pi} \delta(\omega - \phi'(t)) \otimes_{\omega} G(\omega) \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $\otimes_{\omega}$  表示频域上的卷积,  $G(\omega) = \text{FT}_{\tau}$

$\left\{ \exp\left( j \sum_{k=1}^r \frac{\phi^{(2k+1)}(t)}{2^{2k}(2k+1)!} \tau^{2k+1} \right) \right\}$ ,  $\text{FT}_{\tau}$  是以延时时  $\tau$  为变量的傅立叶变换, 这就是高阶 PPS 自交叉项产生的原因. 从式(13)可知, 由于  $G(\omega)$  在频域上的卷积作用, 使得对于每个独立时刻  $t$ , 除了在  $\omega = \phi'(t)$  上存在能量峰, 在  $\phi^{(3)}(t), \phi^{(5)}(t), \dots, \phi^{(K)}(t)$  上也存在能量分布, 造成了信号 WVD 沿 IF 的能量聚集性下降.

### 2.3 MWT

为了消除 WVD 中  $G(\omega)$  的影响, 定义匹配 Wigner 变换为

$$\text{MWT}_z(t, \omega, \mathbf{a}) = \int_{-\infty}^{\infty} R_z(t, \tau) \Phi(t, \tau, \mathbf{a}) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (14)$$

式中变换核  $\Phi$  的表达式为

$$\Phi(t, \tau, \mathbf{a}) = \exp\left( -j \sum_{k=1}^r \frac{V^{(2k+1)}(t, \mathbf{a})}{2^{2k}(2k+1)!} \tau^{2k+1} \right) \quad (15)$$

$$V(t, \mathbf{a}) = \sum_{k=3}^K (\alpha_k t^k), \mathbf{a} = (\alpha_3, \dots, \alpha_K) \quad (16)$$

当向量  $\mathbf{a}$  为 PPS 的相位系数  $(\alpha_3, \dots, \alpha_K)$  时,  $\Phi(t, \tau, \mathbf{a})$

$= \exp\left( -j \sum_{k=1}^r \frac{\phi^{(2k+1)}(t)}{2^{2k}(2k+1)!} \tau^{2k+1} \right)$ ,  $G(\omega)$  为  $\delta(0)$ , 有

$$\text{MWT}_z(t, \omega, \mathbf{a}) = A^2 \delta(\omega - \phi'(t)) \quad (17)$$

即对于高阶 PPS, MWT 也能够得到聚集性最优的时频分布. 当向量  $\mathbf{a}$  的元素全取 0 时, MWT 简化为 WVD, 因此, MWT 也可视为 WVD 的一种广义形式.

下面利用两个算例来评估 MWT 的性能. 首先是如式(1)所示的一个 4 阶 PPS, 信号参数为:  $A = 1, a_0 = 0, a_1 = 20\pi, a_2 = 2\pi, a_3 = \pi/4, a_4 = -\pi/80$ , 信号时长  $T = 15\text{s}$ , 采样频率为 200Hz.

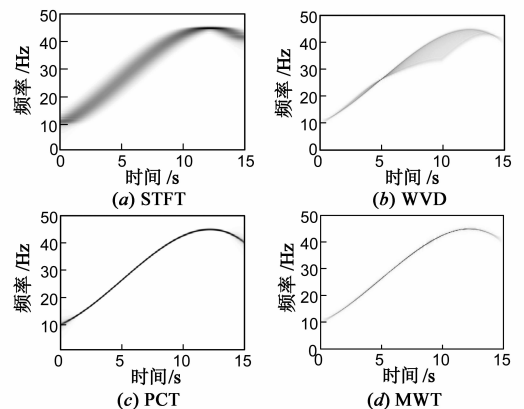


图2 各种变换下4阶PPS的TFDs

图 2(a) ~ (d) 分别是利用 STFT、WVD、PCT 和 MWT 得到的 TFD, 其中 STFT 和 PCT 的窗长度为 1024 点, MWT 的核参数取为  $(\alpha_3, \alpha_4) = (\pi/4, -\pi/80)$ . 从图 2 中可以看出: STFT 能表现 PPS 的时频特性, 但其时频聚集性较差; WVD 对于 4 阶 PPS 存在大量的自交叉项干扰,

影响了TFD的时频聚集性;PCT在一定程度上提高了STFT的时频聚集性,可以较好地分析4阶PPS;MWT克服了WVD中存在的自交叉项干扰的影响,得到了聚集性最优的TFD,较之其他三种方法,其最能清晰刻画4阶PPS的时变频率特征.

第二个分析的信号是频率调制为图1所示IF的Doppler信号,采样频率为400Hz.图3给出了各种变换下得到的Doppler信号时频图,其中STFT和PCT的窗长度为8096点,MWT的核参数取为Doppler信号12阶PPS建模后对应的相位系数.从图中可以明显看出,MWT具有最优的时频聚集性且消除了自交叉项干扰.由此可知,MWT对于任意阶数的PPS都能得到理想的TFD.

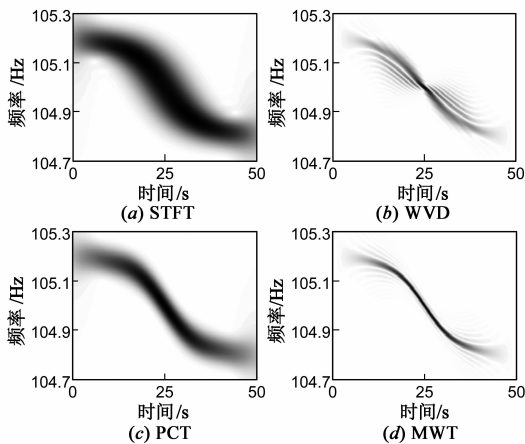


图3 各种变换下Doppler信号的TFDs

### 3 基于MWT的IF和参量估计

前面的分析可知,只要变换核 $\Phi$ 的参数选取适当,MWT的TFD具有最优的时频聚集性,进而可以精确估计高阶PPS的IF,同时PPS的相位参数估计也可相应确定.这里给出一种基于MWT的IF和参数估计方法:首先利用WVD得到初始化的TFD,提取TFD的极大值曲线以得到信号IF的粗略估计;然后利用最小二乘法拟合逼近该粗略估计的IF可得多项式相位系数,将该系数作为 $\Phi$ 的参数对信号做MWT;最后,信号频谱分量上能量峰值的时间分布就是信号的IF估计,如下式所示

$$\hat{f}_i(t) = \frac{1}{2\pi} \underset{\omega}{\text{ArgMax}} \{ \text{MWT}_z(t, \omega) \} \quad (18)$$

$\Phi$ 的参数与PPS的相位系数越一致,TFD的聚集性越好.因此可用MWT得到的IF更新变换核 $\Phi$ ,然后利用新变换核进行MWT.这个过程可以一直重复进行,直到估计得到的IF没有明显的变化,并以最终估计的多项式相位系数作为MWT的核参数.该过程的终止与否,可用连续两次估计得到的IF之差作为判断条件,定义如下<sup>[24]</sup>:

$$\varepsilon = \text{mean} \left( \int \frac{|\text{IF}_{(i+1)}(t) - \text{IF}_{(i)}(t)|}{|\text{IF}_{(i)}(t)|} dt \right) \leq \sigma \quad (19)$$

其中 $\sigma$ 为门限值.

基于MWT的IF估计步骤归纳如下:

(1)初始化:设定相位阶数 $K$ 和判决门限 $\sigma$ ,设定变换核参数 $\mathbf{a} = (\alpha_3, \dots, \alpha_K) = \mathbf{0}$ .

(2)估计:利用变换核参数 $(\alpha_3, \dots, \alpha_K)$ 计算MWT,并通过对TFD峰值检测得到IF估计值 $\hat{f}_i(t)$ ,然后采用最小二乘法逼近信号的IF估计值 $\hat{f}_i(t)$ 得到拟合多项式系数 $(b_1, \dots, b_K)$ ,经变换后获得新的核参数 $(\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \bar{\alpha}_3, \dots, \bar{\alpha}_K)$ .

(3)判断:计算 $\varepsilon$ ,如果 $\varepsilon > \sigma$ ,重置 $(\alpha_3, \dots, \alpha_K) = (\bar{\alpha}_3, \dots, \bar{\alpha}_K)$ 并转到步骤(2)重新估计,否则转到下一步.

(4)结束:取 $\hat{f}_i(t)$ 作为PPS的IF估计,多项式相位系数的估计值 $(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_K) = (\bar{\alpha}_1, \dots, \bar{\alpha}_K)$ .

结合解调频技术<sup>[9]</sup>,参数 $a_0, A$ 也可估计得到

$$\hat{a}_0 = \text{Angle} \left\{ \int_0^T z(t) \exp \left[ -j \sum_{k=1}^K \hat{a}_k t^k \right] dt \right\} \quad (20)$$

$$\hat{A} = \frac{1}{T} \left| \int_0^T z(t) \exp \left\{ -j \sum_{k=1}^K \hat{a}_k t^k \right\} dt \right| \quad (21)$$

至此,已获得 $K$ 阶PPS所有的参量估计.

### 4 仿真验证

考虑图2中所示的4阶PPS,在信号中加入0dB的高斯白噪声,其他参数不变.采用基于MWT的IF估计方法,多项式相位阶数 $K$ 设定为4,迭代终止条件的门限 $\sigma$ 为1%.

当判定条件达到门限,共进行了3次MWT,图4(a)-(c)所示的是3次变换得到的TFD,每次估计的IF与真实IF的对比在图4(d)中显示.图4(a)给出的结果是由核参数 $(\alpha_3, \dots, \alpha_K) = \mathbf{0}$ 的MWT得到,它实际上就是WVD,由于自交叉项的存在,非线性调频成分的能量分散到很宽的频带内,因此估计得到的IF曲线与真实的IF曲线并不一致.当核参数采用最小二乘法逼近后的

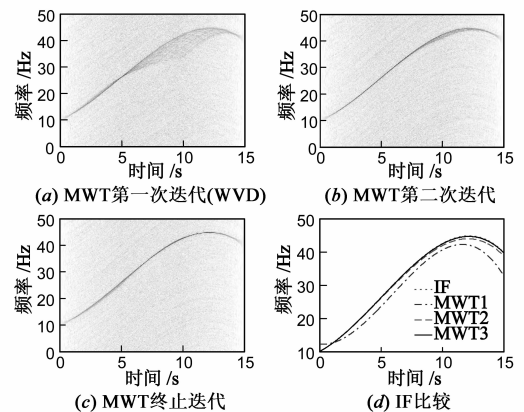


图4 基于MWT的4阶PPS的IF估计

多项式相位系数时,TFD 的聚集性得到很大改善,如图 4(b)所示:第 2 次 MWT 估计的 IF 曲线与真实的 IF 曲线接近.当核参数取值基本为多项式相位系数时,如图 4(c)所示,自交叉项被消除了,TFD 具有最优的时频聚集性,由此估计得到的 IF 曲线为非线性调频信号的真实频率.虽然 MWT 采用迭代算法实现,但其收敛速度较快,一般迭代 3~4 便可达到门限值,所以其运算量也就是 WVD 的 3~4 倍,相对于 GMFC 和 LPFT 等算法还是要小.

表 1 多项式相位系数的估计

参数	迭代 1	迭代 2	迭代 3	真实值
$a_1$	$24.4696\pi$	$20.0696\pi$	$20.0151\pi$	$20\pi$
$a_2$	$0.3628\pi$	$1.9628\pi$	$1.9892\pi$	$2\pi$
$a_3$	$0.4851\pi$	$0.2476\pi$	$0.2496\pi$	$0.25\pi$
$a_4$	$-0.0204\pi$	$-0.0124\pi$	$-0.0125\pi$	$-0.0125\pi$

表 1 中给出了 PPS 的多项式相位系数.可看到迭代的第一次(WVD)估计的系数与真值之间有明显的偏差,但随着迭代次数的增加,偏差迅速减小,在第三次迭代时,估计的系数基本等于真值.在估计 $(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_4)$ 后,通过解调频法可得 $\hat{a}_0 = 9.89 \times 10^{-4}$ 和 $\hat{A} = 0.9935$ ,估计值也较精确.该结果表明:即使在有较强噪声干扰的背景下,基于 MWT 的参数估计算法也可有效地确定 PPS 的多项式相位系数.

## 5 应用实例

多普勒信号常用来估计运动目标的参数<sup>[25,26]</sup>,前提是要精确估计出多普勒信号的 IF.海上试验在大连海域进行,舰船采用 $v = 2.9\text{m/s}$ 的航速匀速直线航行,声源信号的中心频率 $f_0 = 105\text{Hz}$ ,正横距离 $R_0 = 47.2\text{m}$ ,正横时刻 $t_0 = 136.2\text{s}$ ,水中声速 $c = 1500\text{m/s}$ ,接收信号的采样率经过降采样处理为 $400\text{Hz}$ .

图 5(a)为待分析的 Doppler 信号的时域波形,时长为 70s.从式(5)可看出,7 阶以后的多普勒多项式系数已经很小,其对整个瞬时频率的贡献可忽略,在未知阶数的情况下利用 PPS 建模的多项式相位阶数 $K$ 可以多选,其对 MWT 的迭代实现 IF 估计没有影响,这里待分析的实测多普勒信号阶数选为 12.图 5(b)~(d)给出了基于 MWT 迭代估计多普勒信号 IF 的分析结果,为了便于观察,剔除了首尾 5s 的数据.其中,图 5(b)为 MWT 第一次迭代得到的 TFD,即 WVD,可以看出多普勒信号的 WVD 存在大量的自交叉项干扰;图 5(c)是 MWT 迭代完成后得到的 TFD,此时 TFD 中基本没有自交叉项干扰,且具有较好的时频聚集性.图 5(d)对比了 WVD 和 MWT 的 IF 估计效果,从图中可以看出,MWT 估计的结果比 WVD 精确,得到的微弱多普勒频移更接近真实

值.

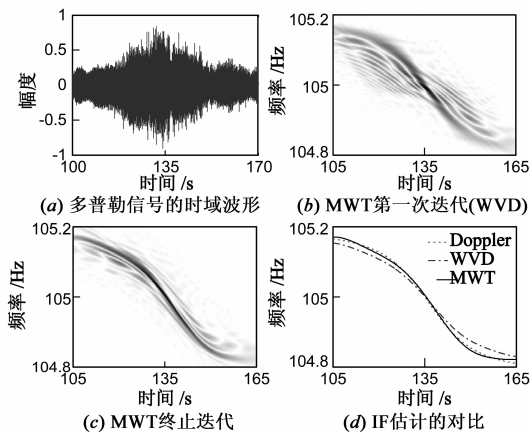


图 5 基于 MWT 的实测微弱 Doppler 信号的 IF 估计

## 6 结论

本文在分析高阶 PPS 的 WVD 产生自交叉项本质原因的基础上,提出了匹配 Wigner 变换的时频分析方法. MWT 利用扩展傅立叶旋转因子构造了一个新的变换核来匹配双线性信号核,进而消除了相位高阶导数项在频域上卷积的影响,对于单分量 PPS 能得到聚集性最优的 TFD. MWT 可视为一种广义的 WVD,在分析 LFM 信号(二阶 PPS)时其形式就是 WVD.基于 MWT,本文给出了一种 PPS 的 IF 和相位参数的估计迭代算法,该算法实现简易,且具有较高的估计精度,仿真算例验证了方法的有效性.最后,利用该方法分析了水下运动声源的微弱多普勒信号,得到良好的 TFD 和 IF 估计值.

## 参考文献

- [1] Boashash B. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal-Part I: Fundamentals[J]. Proceedings of the IEEE, 1992, 80(4): 520 - 538.
- [2] Boashash B. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal-Part II: Algorithms and applications[J]. Proceedings of the IEEE, 1992, 80(4): 540 - 568.
- [3] Boashash B. Time Frequency Signal Analysis and Processing: A Comprehensive Reference [M]. London: Elsevier, 2003. 63 - 66.
- [4] Sejdic E, Djurovic I, Jiang Jin. Time-frequency feature representation using energy concentration: An overview of recent advances[J]. Signal Processing, 2009, 19(1): 153 - 183.
- [5] Orovic I, Orlandic M, Stankovic S, et al. A virtual instrument for time-frequency analysis of signals with highly nonstationary instantaneous frequency[J]. IEEE Transaction on instrumentation and measurement, 2011, 60(3): 791 - 803.
- [6] Stankovic L. A multitime definition of the Wigner higher order distribution: L-Wigner distribution[J]. IEEE Signal Processing

- Letters, 1994, 1(7): 106 – 109.
- [7] 张希会, 刘镰斧, 蔡竞业等. 一种单分量 PPS 的快速估计算法[J]. 电子学报, 2011, 39(8): 1923 – 1926.  
ZHANG Xihui, LIU Lianfu, CAI Jingye, et al. A fast algorithm for mono-component PPS parameter estimation[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(8): 1923 – 1926. (in Chinese)
- [8] Barbarossa S, Scaglione A, Giannakis G B. Product high-order ambiguity function for multicomponent polynomial-phase signal modeling[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(3): 691 – 708.
- [9] Abatzoglou T J. Fast maximum likelihood joint estimation of frequency and frequency rate [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1986, 22(11): 708 – 715.
- [10] Angeby J. Estimating signal parameters using the nonlinear instantaneous least squares approach[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(10): 2721 – 2732.
- [11] 刘庆云, 李志舜, 李海英等. 多分量多项式相位信号的参量估计[J]. 电子学报, 2004, 32(12): 2031 – 2034.  
LIU Qingyun, LI Zhishun, LI Haiying, et al. Parameter estimation of multicomponent polynomial phase signals [J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(12): 2031 – 2034. (in Chinese)
- [12] Porat B, Friedlander B. Asymptotic statistical analysis of the high-order ambiguity function for parameter estimation of polynomial-phase signals[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1996, 42(3): 995 – 1001.
- [13] Barkat B, Boashash B. Design of higher order polynomial Wigner-Ville distributions [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(9): 2608 – 2611.
- [14] O'Shea P. A fast algorithm for estimating the parameters of a quadratic FM signal[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(2): 385 – 393.
- [15] Omidvarnia A, Azemi G, O'Toole J M, et al. Robust estimation of highly-varying nonlinear instantaneous frequency of monocomponent signals using a lower-order complex-time distribution[J]. Signal Processing, 2013, 93(11): 3251 – 3260.
- [16] 王冉, 姜义成. 一种针对多分量信号的复延迟型时频分布的实现方法[J]. 电子学报, 2012, 40(1): 60 – 65.  
Wang Ran, Jiang Yicheng. A realization of time-frequency distributions with complex-lag argument for multicomponent signal[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(1): 60 – 65. (in Chinese)
- [17] Stankovic S, Zaric N, Orovic I, et al. General form of time-frequency distribution with complex-lag argument [J]. Electronics Letters, 2008, 44(11): 699 – 701.
- [18] Comu C, Stankovic S, Ioana C, et al. Generalized representation of phase derivatives for regular signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(10): 4831 – 4838.
- [19] Wang Pu, Djurovic I, Yang Jianyu. Generalized high-order phase function for parameter estimation of polynomial phase signal[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7): 3023 – 3028.
- [20] O'Shea P, Wiltshire R A. A new class of multilinear functions for polynomial phase signal analysis[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(6): 2096 – 2109.
- [21] Katkovnik V. A new form of the Fourier transform for time-varying frequency estimation [J]. Signal Processing, 1995, 47(2): 187 – 200.
- [22] Li Xiumei, Bi Guoan, Stankovic S, et al. Local polynomial Fourier transform: A review on recent developments and applications[J]. Signal Processing, 2011, 91(6): 1370 – 1393.
- [23] Angrisani L, D'Arco M, L'Moriello R S, et al. On the use of the warble transform for instantaneous frequency estimation [J]. IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, 2005, 54(4): 1374 – 1380.
- [24] Peng Z K, Meng G, Chu F L, et al. Polynomial chirplet transform with application to instantaneous frequency estimation [J]. IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(9): 3222 – 3229.
- [25] Quinn B G. Doppler speed and range estimation using frequency and amplitude estimates[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1995, 98(5): 2560 – 2566.
- [26] Reid D C, Zoubir A M, Boashash B. Aircraft flight parameter estimation based on passive acoustic techniques using the polynomial Wigner-Ville distribution[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1997, 102(1): 207 – 223.

## 作者简介



徐灵基 男, 1986 年出生, 江西吉安人, 2008 年进入西北工业大学, 现为博士生, 研究方向为水声信号处理。

E-mail: xulingji@mail.nwpu.edu.cn



杨益新 男, 1975 年出生, 江苏常熟人, 教授、博士生导师, 主要研究方向为阵列信号处理、信号检测与参数估计、声纳系统设计。

E-mail: yxyang@nwpu.edu.cn